النموذج الأول

أجب عن الأسئلة الاتية

① إذا كان د(س) = $هـ^{س^٢ - ١}$ فإن د''(١) = ...

أ) ٦
ب) ٥
جـ) ٤
د) ٣

الحل

د'(س) = ٢س $هـ^{س^٢-١}$

د''(س) = ٢ [س × ٢س $هـ^{س^٢-١}$ + $هـ^{س^٢-١}$ × ١]

صفر صفر

د''(١) = ٢ [١×٢×١ $هـ^{٠}$ + $هـ^{٠}$ × ١]

د''(١) = ٢ [٢ + ١]

د''(١) = ٢ × ٣ = ٦

تذكر أن
إذا كانت د(س) = $هـ^{ر(س)}$
فإن د'(س) = ر'(س) × $هـ^{ر(س)}$

② إذا كان ∫ د''(س) ءس = ٦$س^٢$ − ٤س وكان د'(١) = ٣ فإن د'(−١) = ...

أ) −١٥
ب) −٩
جـ) ٩
د) ١١

الحل

∫ د''(س) ءس = ٦$س^٢$ − ٤س

د'(س) + ث = ٦$س^٢$ − ٤س

د'(١) + ث = ٦ × $١^٢$ − ٤ × ١

٣ + ث = ٦ − ٤ ∴ ث = −١

∴ د'(س) − ١ = ٦$س^٢$ − ٤س

عندما س = −١ ∴ د'(−١) − ١ = ٦ + ٤ ∴ د'(−١) = ١٠ + ١ = ١١

تذكر أن
∫ د(س) ءس = د(س) + ث
∫ د'(س) ءس = د(س) + ث

③ الوسط الحسابي لمعاملات حدود مفكوك $(٩س - ١)^{٧}$ يساوي ....

أ) $٨^{٥}$
ب) $٨^{٦}$
جـ) $٨^{٧}$
د) $٨^{٨}$

الحل أولا عدد حدود المفكوك = الأس + ١ = ٧ + ١ = ٨ حدود

ثانيا مجموع معاملات الحدود يوضع س = ١

∴ مجموع معاملات الحدود = $(٩×١ - ١)^{٧}$ = $٨^{٧}$

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$ = $\frac{٨^{٧}}{٨}$ = $٨^{٦}$

④ إذا كان ع = جاθ − ت جتاθ فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوي ....

ⓐ $-\theta$

ⓑ $\frac{\pi}{2}-\theta$

ⓒ $\theta-\frac{\pi}{2}$

ⓓ $\theta+\frac{\pi}{2}$

الحل ∵ ع = جاθ − ت جتاθ صورة العدد المركب غير منضبطة

س (+) ، ص (−) ∴ العدد ع يقع في الربع الرابع

∴ ع = جتا($-90+\theta$) + ت جا($-90+\theta$)

ع = جتا($\theta-\frac{\pi}{2}$) + ت جا($\theta-\frac{\pi}{2}$)

∴ السعة الأساسية للعدد المركب هي $\theta-\frac{\pi}{2}$

---

⑤ بعد النقطة (−٥ ، ١٢ ، ٩) عن محور س يساوي .... وحدة طول .

ⓐ ١٣

ⓑ ١٥

ⓒ ١٧

ⓓ ١٩

الحل بعد النقطة (−٥ ، ١٢ ، ٩) عن محور س

= $\sqrt{ص^2+ع^2}$ = $\sqrt{(12)^2+(9)^2}$

= $\sqrt{225}$ = ١٥ وحدة طول

تذكر أن

بعد النقطة (س ، ص ، ع)

① عن محور س
= $\sqrt{ص^2+ع^2}$

② عن محور ص
= $\sqrt{س^2+ع^2}$

③ عن محور ع
= $\sqrt{س^2+ص^2}$

---

⑥ $\int$ جاس هـ^{جتاس} ءس = ...

ⓐ هـ^{جاس} + ث

ⓑ هـ^{جتاس} + ث

ⓒ −هـ^{جاس} + ث

ⓓ −هـ^{جتاس} + ث

الحل $\int$ جاس هـ^{جتاس} ءس

= −هـ^{جتاس} + ث

تذكر أن

$\int$ د̄(س) هـ$^{د(س)}$ ءس

= هـ$^{د(س)}$ + ث

٧ إذا كان $\theta_{س}$، $\theta_{ص}$، $\theta_{ع}$ هي زوايا الاتجاه لمتجه في الفراغ

فإن $جا^2\theta_{س} + جا^2\theta_{ص} + جا^2\theta_{ع} =$ ....

أ) ١

ب) $\sqrt{2}$

ج) $\sqrt{3}$

د) ٢

الحل

$\because جتا^2\theta_{س} + جتا^2\theta_{ص} + جتا^2\theta_{ع} = 1$

$\therefore 1 - جا^2\theta_{س} + 1 - جا^2\theta_{ص} + 1 - جا^2\theta_{ع} = 1$

$\therefore 3 - [جا^2\theta_{س} + جا^2\theta_{ص} + جا^2\theta_{ع}] = 1$

$\therefore جا^2\theta_{س} + جا^2\theta_{ص} + جا^2\theta_{ع} = 2$

---

٨ معامل الحد الأوسط في مفكوك $(2س^2 + \frac{1}{س^2})^6$ يساوي ....

أ) ١٥

ب) ٧٢

ج) ١٢٠

د) ١٦٠

الحل

رتبة الحد الأوسط $= \frac{6}{2} + 1 = 4$

$\therefore ح_4 = {}^6ق_3 \left(\frac{1}{س^2}\right)^3 (2س^2)^{6-3}$

$ح_4 = {}^6ق_3 \left(\frac{1}{س^6}\right)(2)^3 س^6$

معامل $ح_4 = {}^6ق_3 \times 2^3 = 160$

الحد $ح_{ر+1}$ في مفكوك $(أ + ب)^ن$

$= {}^نق_ر$ (الحد الثاني بإشارته)^ر × (الحد الأول بإشارته)$^{ن-ر}$

---

٩ إذا كانت د(س) دالة زوجية وكان $\int_{0}^{5} د(س) ءس = ك$ فإن $\int_{-5}^{5} [1 + د(س)] ءس = $.....

أ) ٥+ك

ب) ٥+٢ك

ج) ١٠+ك

د) ١٠+٢ك

الحل

$\int_{-5}^{5} [1 + د(س)] ءس$ تجزئة التكامل

$= \int_{-5}^{5} 1\, ءس + \int_{-5}^{5} د(س)\, ءس$

$\because$ د(س) دالة زوجية

$\therefore = 2\int_{0}^{5} 1\, ءس + 2\int_{0}^{5} د(س)\, ءس$

$= 2 \times 5 + 2 \times ك = 10 + 2ك$

١٠ إذا كان $د(٢س-٥)=س^{٣}-٣س^{٢}-٦س$ فإن $د'(١)=$ ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$

(ب) ٢

(ج) $\frac{٥}{٢}$

(د) ٤

الحل

$\because د(٢س-٥)=س^{٣}-٣س^{٢}-٦س$

بالاشتقاق ضمنياً بالنسبة لـ س

$٢\,د'(٢س-٥)=٣س^{٢}-٦س-٦$

$٢س-٥=١$

$٢س=٦$

$س=٣$

$\therefore س=٣$

$٢\,د'(٢\times٣-٥)=٣\times٣^{٢}-٦\times٣-٦$

$٢\,د'(١)=٢٧-٢٤=٣ \quad \therefore د'(١)=\frac{٣}{٢}$

---

١١ إذا كان $ع=\frac{١+ت\,ظاθ}{١-ت\,ظاθ}$ فإن الصورة الأسية للعدد $\sqrt{ع}$ هي ....

(أ) $هـ^{٢θت}$

(ب) $هـ^{θت}$

(ج) $هـ^{-θت}$

(د) $هـ^{-٢θت}$

الحل

$ع=\frac{١+ت\frac{جاθ}{جتاθ}}{١-ت\frac{جاθ}{جتاθ}}$ بالضرب × جتاθ بسط ومقاماً

$ع=\frac{جتاθ+ت\,جاθ}{جتاθ-ت\,جاθ} \quad \therefore ع=\frac{جتاθ+ت\,جاθ}{جتا(-θ)+ت\,جا(-θ)}$

$\therefore ع=جتا\,٢θ+ت\,جا\,٢θ \quad \therefore \sqrt{ع}=جتا\frac{٢θ}{٢}+ت\,جا\frac{٢θ}{٢}$

$=جتاθ+ت\,جاθ$

---

١٢ قياس الزاوية بين المستقيمين $ل_{١}: ر=(٣، ١، -١)+ك(٢، ٠، -٢)$ ،

$ل_{٢}: \frac{س+١}{١}=\frac{ص-٢}{-٢}=\frac{ع+١}{-٢}$ يساوي ....

(أ) $\frac{π}{١٢}$

(ب) $\frac{π}{٦}$

(ج) $\frac{π}{٤}$

(د) $\frac{π}{٣}$

$هـ_{١}=(٢، ٠، -٢)$ ، $هـ_{٢}=(١، -٢، -٢)$

$جتاθ=\frac{|هـ_{١}\cdot هـ_{٢}|}{\|هـ_{١}\|\,\|هـ_{٢}\|}=\frac{٢+٤}{\sqrt{٤+٤}\times\sqrt{٩}}$

$جتاθ=\frac{\cancel{٦}}{\cancel{٣}\times٢\sqrt{٢}} \quad \therefore جتاθ=\frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\therefore θ=٤٥ \quad \therefore θ=\frac{π}{٤}$

⑬ إذا كانت د(س) = س^{٤} + ٢س^{٣} − أس^{٢} + ب س + ١ ~~تناقصية~~ تزايدية في الفترة]٠، ∞[

و~~تزايدية~~ تناقصية في الفترة]−∞، ٠[فإن أكبر قيمة عددية للمقدار أ + ب = ...

(أ) −٢   د(س) لها نقطة حرجة عند س = صفر

(ب) −١   ∵ د'(س) = ٤س^{٣} + ٦س^{٢} − ٢أس + ب = صفر عند س = صفر

∴ ب = صفر

(ج) ٠   د'(س) = ٤س^{٣} + ٦س^{٢} − ٢أس ، عند س = صفر الدالة لها قيمة صغرى

د''(س) > صفر ∴ ~~١٢~~س^{٢} + ~~١٢~~س − ~~٢~~أ > صفر

(د) ١   عند (المميز) ب^{٢} − ٤أجـ < صفر ∴ ٣٦ + ٢٤أ < صفر

٣٦ < −٢٤أ ∴ أ < −$\frac{١}{٢}$١ ∴ أ = −٢

---

⑭ معادلة المستوي المار بالنقطة (٢، −١، ٣) والمستقيم

ر = (١، ١، −١) + ك (٣، ١، −٢) عمودي عليه هي ....

(أ) ٣س + ص − ٢ع + ١ = ٠   الحل ∵ المستقيم عمودي على المستوى

∴ هـ = ن = (٣، ١، −٢)

(ب) ٣س − ص + ٢ع − ١ = ٠

معادلة المستوى ر . ن = أ . ن

(ج) ٣س + ص − ٢ع − ١ = ٠

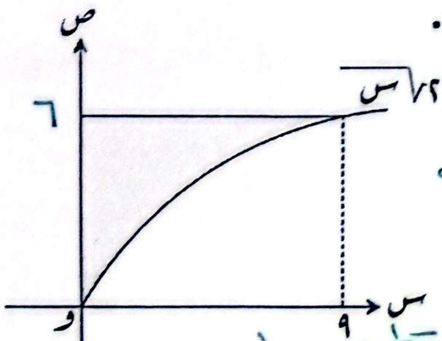
٣س + ص − ٢ع = (٣، ١، −٢) . (٢، −١، ٣)

(د) ٣س − ص + ٢ع + ١ = ٠

٣س + ص − ٢ع = ٦ − ١ − ٦

---

⑮ مساحة المنطقة المظللة = ... وحدة مربعة.



(أ) ٥٤   الحل مساحة المنطقة المظللة

(ب) ٤٨   = مساحة المستطيل − $\int_{0}^{9}$ ص ء س

(ج) ٣٦   = ٥٤ − $\int_{0}^{9}$ ٢√س ء س = ١٨

(د) ١٨   حل آخر مساحة المنطقة المظللة = $\frac{١}{٣}$ مساحة المستطيل = $\frac{١}{٣}$ × ٥٤ = ١٨

١٦ إذا كان $(س+ص)^{٦١} = ... + {}^{٦١}ق_{ن-٩}\, س^{أ}\, ص^{ن} + ...$

فإن قيمة أ = ...

$(س+ص)^{٦١} = (ص+س)^{٦١} = ... + {}^{٦١}ق_{ن-٩}\, س^{ن-٩}\, ص^{٦١-ن+٩}$

أ) ١٧

∴ أ = ن − ٩ ، ٦١ − ن + ٩ = ن ⟸ $\frac{٢ن}{٢} = \frac{٧٠}{٢}$

ب) ٢١

∴ ن = ٣٥

ج) ٢٦

بالتعويض ∴ أ = ن − ٩ = ٣٥ − ٩ = ٢٦

د) ٣٤

---

١٧ إذا كان للدالة $د(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + ٥س$ نقطة انقلاب عند س = ٣

فإن قيمة ب = ...

∵ للدالة نقطة انقلاب

أ) −٩

∴ $د''(س) =$ صفر عند س = ٣

$د'(س) = ٣س^{٢} + ٢ب س + ٥$

ب) −٦

$د''(س) = ٦س + ٢ب =$ صفر عند س = ٣

ج) −٣

١٨ + ٢ب = صفر ∴ ب = −٩

د) ٣

---

١٨ إذا كانت $ص = ن^{٢} + ٣ن - ١$ ، $س = ٢ن^{٢} - ٢ن$

فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} =$ .... عند ن = ١

أ) −٤

$\frac{دص}{دن} = ٢ن + ٣$ ، $\frac{دس}{دن} = ٤ن - ٢$

ب) −٣

∴ $\frac{دص}{دس} = \frac{٢ن+٣}{٤ن-٢}$ باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى س

ج) −٢

∴ $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = \frac{(٤ن-٢)(٢) - (٢ن+٣)(٤)}{(٤ن-٢)^{٢}} \times \frac{دن}{دس}$

د) −١

عند ن = ١ ∴ $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = \frac{(٤-٢)(٢) - (٢\times١+٣)(٤)}{(٤\times١-٢)^{٢}} \times \frac{١}{٤ن-٢}$

٦ = −٢

الأسئلة المقالية :

(١٩) إذا كانت : $س = \frac{-١ + \sqrt{٣}\, ت}{٢}$ حيث : $ت^٢ = -١$

أوجد القيمة العددية للمقدار $(١ + س^{١٩} - س^{٣٥})(١ - ٣س^{٢٥} + س^{٣٨})$

$س = \frac{-١ + \sqrt{٣}\, ت}{٢} = \omega$

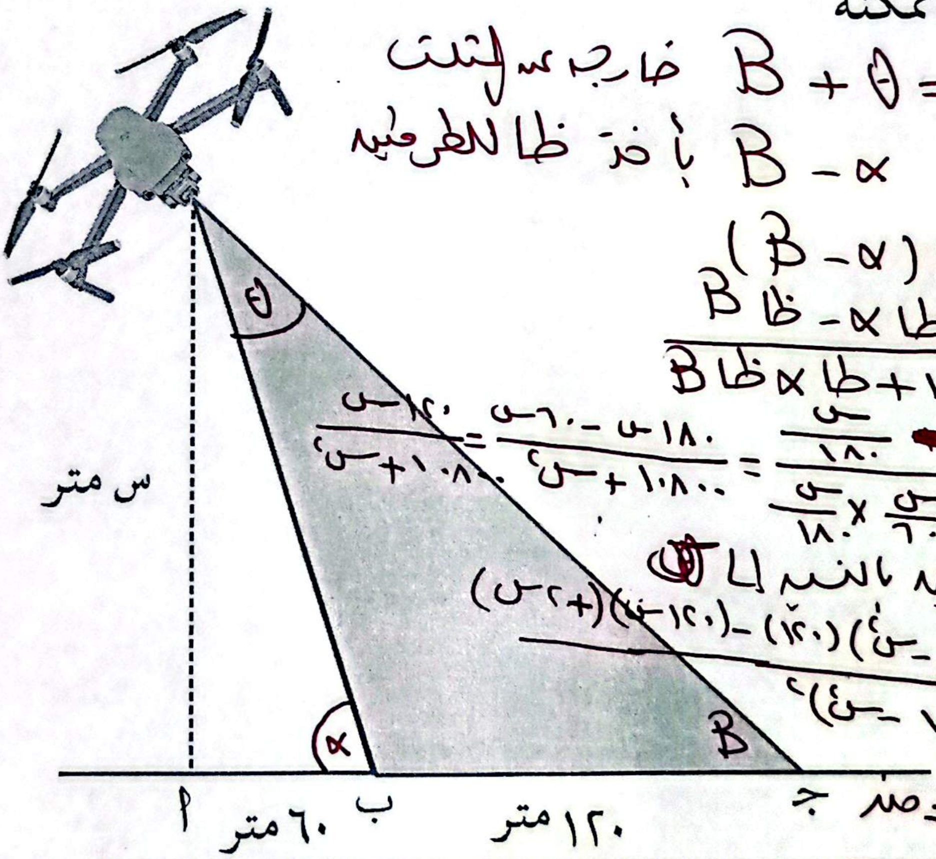
المقدار $= (١ + \omega^{١٩} - \omega^{٣٥})(١ - ٣\omega^{٢٥} + \omega^{٣٨})$

$= (\underbrace{١ + \omega}_{-\omega^٢} - \omega^٢)(\underbrace{١ - ٣\omega + \omega^٢}_{-\omega}) = -٢\omega^٢ \times -٤\omega$

$= ٨\omega^٣ = ٨ \times ١ = ٨$

(٢٠) الشكل المقابل:

يوضح نموذج طائرة بدون طيار ترصد المسافة بين ب، ج، أثناء وجودها على ارتفاع س من فوق سطح الأرض، كم يبلغ ارتفاع الطائرة بدون طيار لالتقاط الصورة بأكبر زاوية ممكنة .



الحل

$\because \alpha = \theta + B$ خارجة عن المثلث

$\therefore \theta = \alpha - B$ بأخذ طا للطرفين

$\therefore$ طا θ = طا $(\alpha - B)$

طا $\theta = \frac{طا\, \alpha - طا\, B}{١ + طا\, \alpha \times طا\, B}$

طا $\theta = \frac{\frac{س}{٦٠} - \frac{س}{١٨٠}}{١ + \frac{س}{٦٠} \times \frac{س}{١٨٠}} = \frac{١٨٠س - ٦٠س}{١٠٨٠٠ + س^٢} = \frac{١٢٠س}{١٠٨٠٠ + س^٢}$

باشتقاق الطرفين بالنسبة لـ س

$\frac{د\theta}{دس} \times قا^٢\theta = \frac{(١٠٨٠٠ + س^٢)(١٢٠) - (١٢٠س)(٢س)}{(١٠٨٠٠ + س^٢)^٢}$

بوضع البسط = صفر

$س = ٦٠\sqrt{٣}$

θ أكبر ما يمكن عندما $س = ٦٠\sqrt{٣}$ متر

$+ + + \quad ٦٠\sqrt{٣} \quad - - -$

تزايد تناقص